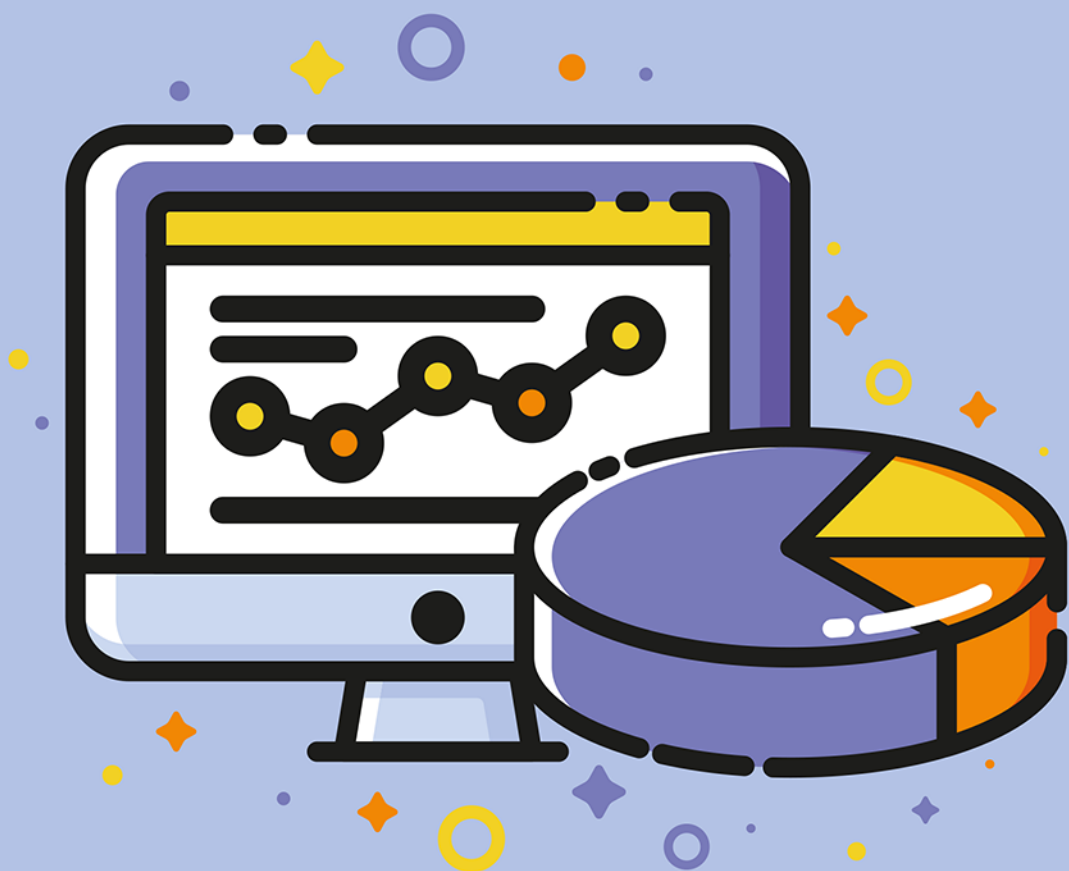


# Matematyka dla programistów

## Java

Jacek Piechota



Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiegokolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz Helion SA dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz Helion SA nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Redaktor prowadzący: Małgorzata Kulik

Projekt okładki: Studio Gravite / Olsztyn  
Obarek, Pokoński, Pazdrijowski, Zaprucki  
Ilustracje w książce: Maciej Krzywicki

Grafika na okładce została wykorzystana za zgodą Shutterstock.com

Helion SA

ul. Kościuszki 1c, 44-100 GLIWICE

tel. 32 231 22 19, 32 230 98 63

e-mail: [helion@helion.pl](mailto:helion@helion.pl)

WWW: <http://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!

Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres

<http://helion.pl/user/opinie/matpja>

Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

Kody źródłowe wybranych przykładów dostępne są pod adresem:

<ftp://ftp.helion.pl/przyklady/matpja.zip>

ISBN: 978-83-283-5057-1

Copyright © Helion 2020

Printed in Poland.

- [Kup książkę](#)
- [Poleć książkę](#)
- [Oceń książkę](#)

- [Księgarnia internetowa](#)
- [Lubię to! » Nasza społeczność](#)

# Spis treści

<b>Wstęp</b> .....	<b>19</b>
<b>Rozdział 1. Powtórka z matematyki i klasa Math</b> .....	<b>21</b>
Stale matematyczne .....	21
Potęgowanie i pierwiastkowanie .....	21
Potęgowanie .....	21
Pierwiastkowanie .....	22
Rzutowanie w zakres 0 do 1 .....	22
Potęgowanie i pierwiastkowanie w Javie .....	23
Logarytmy .....	23
Logarytm o dowolnej podstawie .....	23
Logarytm naturalny .....	24
Logarytm dziesiętny .....	24
Przeliczanie logarytmów .....	24
Logarytmy w Javie .....	24
Funkcje trygonometryczne .....	25
Miary kąta .....	25
Przeliczanie stopni na radiany i radianów na stopnie .....	27
Funkcje trygonometryczne kąta pełnego .....	28
Przeciwprostokątna .....	30
Funkcje cyklometryczne .....	30
Funkcje hiperboliczne .....	31
Inne obliczenia i metody .....	32
Wartości maksymalne, minimalne i absolutne .....	32
Zaokrąglanie liczb .....	33
Zaokrąglanie wyników dzielenia .....	34
Liczyby pseudolosowe .....	35
Znaki liczb .....	35
Bezpieczne obliczenia arytmetyczne .....	36
Bezpieczne rzutowanie .....	36
Reprezentacja liczb w komputerze .....	36
Reszta z dzielenia .....	38
Metody fma .....	38
Zamiana ułamków dziesiętnych na zwykłe .....	39
Ułamek nieokresowy .....	39
Ułamek okresowy .....	39

<b>Rozdział 2. Teoria informacji — podstawowe pojęcia .....</b>	<b>41</b>
Różnorodność .....	41
Prawdopodobieństwo .....	43
Entropia .....	44
Informacja .....	45
<b>Rozdział 3. Spójniki logiczne i logika zdań .....</b>	<b>47</b>
Wprowadzenie .....	47
Spójniki jednoargumentowe .....	47
verum .....	47
falsum .....	48
assertum .....	48
not .....	49
Spójniki dwuargumentowe .....	49
AND .....	50
OR .....	51
NAND .....	51
NOR .....	52
XOR .....	53
NXOR .....	53
IMP .....	54
IMPR .....	55
Inne spójniki .....	55
ACTIV .....	56
DEACTIV .....	57
<b>Rozdział 4. Logiki trójwartościowe .....</b>	<b>59</b>
Algorytmy dla logiki Kleene'ego .....	62
Koniunkcja .....	62
Alternatywa .....	62
<b>Rozdział 5. Operatory i obliczenia binarne .....</b>	<b>63</b>
Liczby binarne .....	63
Operatory binarne .....	65
Operator iloczynu bitowego & .....	65
Operator sumy bitowej   .....	66
Operator bitowej różnicy symetrycznej ^ .....	66
Operator negacji bitowej ~ .....	67
Operator przesunięcia bitowego w lewo << .....	67
Operator przesunięcia bitowego w prawo >> .....	68
Operator przesunięcia bitowego w prawo z wypełnianiem zerami >>> .....	69
Zastosowania operacji binarnych .....	70
Sprawdzanie parzystości .....	70
Maskowanie binarne .....	70
Włączanie bitów .....	71
Wyłączanie bitów .....	71
Odwracanie bitów .....	72
Flagi binarne .....	73
Zegar binarny .....	75
Kod BCD .....	75
Zapis czasu .....	75
Algorytm .....	77
Kod Graya .....	77
Tworzenie kodu .....	77
Konwersja liczb dziesiętnych do kodu Graya .....	79

Konwersja liczb binarnych do kodu Graya .....	79
Konwersja kodu Graya na liczby dziesiętne .....	79
Konwersja kodu Graya na liczby binarne .....	80
<b>Rozdział 6. Liczby heksadecymalne i kolory .....</b>	<b>81</b>
Liczby heksadecymalne .....	81
Modele kolorów .....	83
Modele RGB i RGBA .....	83
Przestrzeń kolorów sRGB .....	83
Model HSL/HSV .....	84
Przestrzeń kolorów HSV/HSB .....	84
Przestrzeń kolorów HSL/HSI/HSD .....	84
Przestrzeń kolorów HWB .....	85
Palety kolorów .....	85
Paleta 16 kolorów nazwanych .....	85
Paleta Web Safe Colors .....	85
Rozszerzona paleta kolorów nazwanych EN .....	85
Paleta kolorów mających polskie nazwy .....	86
Paleta nazwanych kolorów HSL .....	86
Paleta kolorów HSL .....	86
Paleta kolorów nazwanych CSS .....	86
Przeliczenia kolorów .....	86
<b>Rozdział 7. Rachunek zbiorów i kompozycja kolorów .....</b>	<b>89</b>
Zbiór .....	89
Operacje na zbiorach .....	89
Dopełnienie zbioru .....	90
Suma zbiorów .....	90
Iloczyn zbiorów .....	90
Różnica zbiorów .....	90
Różnica symetryczna zbiorów .....	91
Zawieranie się zbiorów .....	91
Obliczenia .....	94
Reguły Portera–Duffa .....	96
AlphaComposite.CLEAR .....	96
AlphaComposite.DST .....	96
AlphaComposite.DST_ATOP .....	97
AlphaComposite.DST_IN .....	97
AlphaComposite.DST_OUT .....	98
AlphaComposite.DST_OVER .....	99
AlphaComposite.SRC .....	99
AlphaComposite.SRC_ATOP .....	99
AlphaComposite.SRC_IN .....	100
AlphaComposite.SRC_OUT .....	100
AlphaComposite.SRC_OVER .....	101
AlphaComposite.XOR .....	102
<b>Rozdział 8. Liczby pierwsze .....</b>	<b>103</b>
Definicja liczby pierwszej .....	103
Rozmieszczenie liczb pierwszych .....	103
Spirala Ulama .....	104
Spirala Archimedesesa .....	105
Gęstość liczb pierwszych .....	105
Liczba liczb pierwszych .....	108

Generowanie liczb pierwszych .....	108
Liczba pierwsza większa od $n$ .....	108
Liczby pierwsze w podanym zakresie .....	108
Sita liczbowa .....	109
Liczba pierwsza Mersenne'a .....	110
Wzór Fermata i inne wzory .....	111
Specjalne liczby pierwsze .....	112
Liczby bliźniacze .....	112
Liczby czworacze .....	112
Liczby izolowane .....	112
Liczby Sophie Germain .....	112
Liczby lustrzane .....	112
Liczby palindromiczne .....	113
Największe liczby pierwsze .....	113
Ciekawe liczby pierwsze .....	113
Testy pierwszośc <span>­</span> i .....	114
Małe liczby .....	114
Duże liczby .....	114
Faktoryzacja .....	117
Czego nie wiadomo? .....	118
Liczby pierwsze w naturze .....	118
<b>Rozdział 9. Liczba <math>\phi</math> .....</b>	<b>119</b>
Liczba $\phi$ w geometrii .....	120
Złoty podział odcinka .....	120
Złoty prostokąt .....	121
Złota spirala .....	121
Złoty trójkąt .....	121
Pentagram .....	122
Liczba $\phi$ w architekturze .....	123
Liczba $\phi$ w sztuce .....	123
Apollo Belwederski .....	123
Liczba $\phi$ w muzyce .....	123
Liczba $\phi$ w naturze .....	125
Dłoń .....	125
Inne .....	125
Inne przykłady .....	126
Wątpliwośc <span>­</span> i .....	126
<b>Rozdział 10. Ciąg i liczby Fibonacciego .....</b>	<b>127</b>
Definicja .....	127
Granica .....	128
Wzór Bineta .....	128
Wyrazy ciągu .....	129
$n$ -ty wyraz ciągu .....	129
Wyraz ciągu większy od $n$ .....	129
Wyraz ciągu mniejszy od $n$ .....	129
Wyrazy ciągu pomiędzy min i max .....	130
Czy $n$ jest wyrazem ciągu? .....	130
Proporcje liczb .....	131
Najważniejsze właściwośc <span>­</span> i .....	132
Właśc <span>­</span> iwosc <span>­</span> 1. ....	132
Właśc <span>­</span> iwosc <span>­</span> 2. ....	133
Właśc <span>­</span> iwosc <span>­</span> 3. ....	134
Właśc <span>­</span> iwosc <span>­</span> 4. ....	134

Właściwość 5. ....	135
Właściwość 6. ....	135
Właściwość 7. ....	135
Właściwość 8. ....	136
Właściwość 9. ....	136
Właściwość 10. ....	136
Właściwość 11. ....	136
Właściwość 12. ....	136
Właściwość 13. ....	136
Właściwość 14. ....	137
Inne właściwości .....	138
Trochę zabawy .....	138
Zastosowania i występowanie .....	138
Kwadraty Fibonacciego .....	138
Spirala Fibonacciego .....	138
Ciąg Fibonacciego w systemie dwójkowym .....	139
Liczby Rahaba .....	139
Wśród błonkówek .....	142
Rozmnażanie królików .....	143
Pędy boczne na pędzie głównym .....	143
Więcej biologii .....	144
Muzyka .....	145
Literatura .....	145
Ekonomia .....	147
Informatyka .....	147
<b>Rozdział 11. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa .....</b>	<b>149</b>
Silnia .....	149
Wzór przybliżony .....	150
Symbol Newtona .....	150
Rozkład dwumianowy .....	151
Rzut 1 monetą .....	151
Rzut 2 monetami .....	151
Rzut 3 monetami .....	152
Rzut 4 monetami .....	153
Rzut n monetami .....	153
Dwumiany Newtona .....	153
Dwumiany .....	153
Dwumiany Newtona .....	154
Szereg Newtona .....	155
Inne dwumiany .....	155
Przykłady .....	155
Trójkąt Pascala .....	156
Właściwości .....	156
Współczynniki rozwinięcia .....	159
Schemat Bernoulliego .....	160
Wzór Bernoulliego .....	161
Prawdopodobieństwo wyrzucenia .....	161
Wzór Bernoulliego .....	163
Przykłady .....	163
Zastosowania .....	165
Kombinacje, wariacje i permutacje .....	167
Kombinacje .....	167
Wariacje .....	169

Permutacje .....	170
Co wybrać? .....	172
Liczby Stirlinga .....	173
Liczby Stirlinga II rodzaju .....	173
Liczby Stirlinga I rodzaju .....	175
Liczby Eulera .....	177
Liczby Eulera I rzędu .....	177
Liczby Eulera II rzędu .....	178
Liczby Bernoulliego .....	181
Partycje .....	182
n jako suma dokładnie k liczb naturalnych .....	182
n jako suma co najwyżej k liczb naturalnych .....	183
n jako suma liczb naturalnych .....	184
Inwersje .....	186
Liczby Catalana .....	186
Liczba dróg .....	187
Liczba rozmieszczeń nawiasów .....	189
Liczba podziałów na trójkąty .....	190
Liczba monotonicznych dróg .....	190
Liczba drzew binarnych .....	191
Liczby Bella .....	193
Naszyjniki i bransoletki .....	194
Liczby względnie pierwsze .....	194
Funkcja $\phi$ Eulera .....	195
Naszyjniki i bransoletki .....	197
Kule i urny .....	200
Rozmieszczenie 8. ....	206
Uwagi .....	207
Wybrane zagadnienia rachunku prawdopodobieństwa .....	208
Uogólniony wzór Bernoulliego .....	208
Wzór Pascala .....	208
Wzór Poissona .....	209
Losowanie bez zwracania .....	210
<b>Rozdział 12. Statystyka — praca z danymi .....</b>	<b>213</b>
Dane .....	213
Porządkowanie danych .....	213
Szereg rozdzielczy jednostopniowy .....	213
Szereg rozdzielczy wielostopniowy .....	214
Wykresy danych .....	216
Histogram .....	216
Wykres kołowy .....	218
Wykres liniowy .....	218
Inne wykresy .....	220
Porównanie danych .....	220
Ocena danych .....	221
Min, max, rozstęp .....	222
Suma .....	222
Wskaźnik struktury .....	222
Wskaźnik natężenia .....	223
Średnia arytmetyczna .....	223
Dominanta (moda) .....	224
Percentyle .....	225
Wariancja .....	226
Odchylenie standardowe .....	228



Współczynnik zmienności .....	228
Momenty średniej .....	229
Inne współczynniki .....	231
<b>Rozdział 13. Wskaźniki różnorodności i podobieństwa .....</b>	<b>233</b>
Wskaźnik Margalefa .....	233
Wskaźnik Simpsona .....	234
Wskaźnik Shannona–Wienera .....	235
Wskaźnik Pielou .....	236
Wskaźnik Jaccarda .....	237
Wskaźnik Sorensona .....	238
Wersja 1. ....	238
Wersja 2. ....	239
Wskaźnik Euklidesa .....	240
<b>Rozdział 14. Równania prostej .....</b>	<b>241</b>
Postać ogólna .....	241
Postać kierunkowa .....	242
Praca z obiektem Line .....	243
Równoległość prostych .....	245
Odległość prostych równoległych .....	245
Prostopadłość prostych .....	246
Kąt między prostymi .....	247
Punkt przecięcia prostych .....	248
Odległość punktu od prostej .....	249
Prosta równoległa do danej prostej przechodząca przez punkt .....	250
Prosta prostopadła do danej prostej przechodząca przez punkt .....	251
Wyznaczanie punktów na prostej .....	252
<b>Rozdział 15. Wektory .....</b>	<b>253</b>
Skalary .....	253
Wektory dwuwymiarowe 2d .....	253
Wektory wierszowe i kolumnowe .....	253
Transpozycja .....	254
Współrzędne kartezjańskie a biegunowe .....	254
Długość wektora .....	255
Kąt wektora .....	256
Dodawanie wektorów .....	256
Odejmowanie wektorów .....	257
Skalowanie wektora .....	257
Normalizacja wektora .....	258
Iloczyn skalarny wektorów .....	258
Normalna wektora .....	259
Kąt między wektorami .....	260
Iloczyn wektorowy .....	260
Wektory 3d .....	261
Wektory n-wymiarowe .....	261
<b>Rozdział 16. Macierze .....</b>	<b>263</b>
Klasa Matrix .....	263
Użycie konstruktorów .....	263
Typy macierzy .....	264
Macierz zerowa .....	264
Macierz jednostkowa .....	265
Macierze wektorowe .....	265
Macierz kwadratowa .....	265

Właściwości macierzy .....	266
Stopień macierzy .....	266
Równość macierzy .....	266
Operacje na macierzach .....	266
Dodawanie macierzy .....	266
Odejmowanie macierzy .....	267
Mnożenie skalarne .....	267
Mnożenie macierzy .....	267
Obliczanie wyznacznika .....	270
Transpozycja macierzy .....	275
Dzielenie macierzy .....	275
Macierz odwrotna .....	276
Rozwiązanie prostego równania .....	280
<b>Rozdział 17. Przekształcenia afiniczne .....</b>	<b>283</b>
Translacja .....	284
Skalowanie .....	285
Obrót .....	286
Obrót względem punktu (0, 0) .....	286
Odbicie .....	289
Odbicie względem osi X .....	289
Odbicie względem osi Y .....	290
Odbicie względem osi X i osi Y .....	290
Odbicie względem prostej przechodzącej przez P(0, 0) .....	290
Przekrzywienie (pochylenie) .....	292
Przekrzywienie wzdłuż osi X .....	292
Przekrzywienie względem osi Y .....	292
Przekształcenia złożone .....	293
Obrót względem dowolnego punktu .....	294
Obrót w miejscu .....	295
Skalowanie w miejscu .....	297
Odbicie względem dowolnej prostej .....	299
Przekrzywienie względem środka ciężkości figury .....	301
Składanie macierzy przekształceń .....	301
<b>Rozdział 18. Funkcje .....</b>	<b>307</b>
Algorytmy .....	307
Pojęcie funkcji .....	307
Zbiory .....	307
Relacje .....	308
Funkcje .....	309
Rodzaje funkcji .....	310
Funkcje algebraiczne .....	310
Funkcje przestępne .....	311
Postaci funkcji .....	312
Funkcja jednej zmiennej .....	312
Funkcja wielu zmiennych .....	312
Funkcja wyrażna .....	312
Funkcja uwikłana .....	312
Funkcja w postaci parametrycznej .....	312
Wykresy funkcji .....	313
Symetria wykresów .....	313
Funkcje rosnące albo malejące .....	313
Funkcje okresowe .....	315
Funkcje ograniczone i nieograniczone .....	315

Funkcja różnowartościowa .....	317
Funkcje wzajemnie odwrotne .....	317
Funkcje złożone .....	319
Ciągi liczbowe .....	319
Moduł liczby .....	320
Granica ciągu .....	320
Granica ciągu nieskończonego .....	320
Ciągi zbieżne i rozbieżne .....	321
Twierdzenia o granicach ciągów .....	323
Działania na ciągach zbieżnych .....	323
Twierdzenia o ciągach zbieżnych .....	323
Liczba $e$ .....	324
Granica funkcji w punkcie .....	324
Granica lewostronna i prawostronna .....	324
Granice niewłaściwe .....	325
Twierdzenia o granicach .....	326
Granica wielomianu .....	327
Granica funkcji wymiernej .....	327
Ciągłość funkcji .....	327
Ciągłość funkcji w punkcie i w przedziale .....	327
Własności funkcji ciągłych .....	328
<b>Rozdział 19. Wielomiany i równania wielomianowe .....</b>	<b>329</b>
Wyrażenie algebraiczne .....	329
Wartość liczbową wyrażenia .....	329
Jednomian .....	329
Współczynnik liczbowy wielomianu .....	329
Stopień jednomianu .....	330
Liczba zmiennych .....	330
Jednomiany podobne .....	330
Działania na jednomianach .....	330
Dwumian .....	332
Trójmian .....	332
Wielomian .....	333
Wzory skróconego mnożenia .....	333
Wielomian stopnia $n$ jednej zmiennej .....	333
Redukcja jednomianów podobnych .....	334
Porządkowanie wielomianu .....	335
Działania na wielomianach .....	335
Dodawanie wielomianów .....	335
Odejmowanie wielomianów .....	336
Mnożenie wielomianu przez liczbę .....	336
Mnożenie wielomianu przez wielomian .....	336
Dzielenie wielomianu przez wielomian .....	337
Schemat Hornera .....	338
Algorytm Hornera (dzielenie wielomianu przez dwumian) .....	338
Reszta z dzielenia przez dwumian .....	340
Schemat Hornera (obliczanie wartości wielomianu) .....	340
nwd wielomianów .....	341
Pochodna wielomianu .....	341
Pierwiastki wielomianu .....	341
Pierwiastek wielomianu .....	341
Rozkładanie wielomianu na czynniki .....	343

Równanie kwadratowe .....	343
Postać ogólna .....	343
Wyróżnik równania kwadratowego .....	344
Pierwiastki równania kwadratowego .....	344
Postać kanoniczna .....	344
Postać iloczynowa .....	344
Wzory Viète'a .....	344
Przykłady .....	345
Równanie sześciennie .....	346
Postać ogólna .....	346
Wyróżnik równania sześciennego .....	347
Wzory Viète'a .....	349
Równanie sześciennie 2 .....	349
Współczynnik $h > 0$ .....	349
Współczynnik $h = 0$ .....	350
Współczynnik $h < 0$ .....	350
Równania 4. stopnia .....	351
Postać ogólna .....	351
Wyróżniki i pierwiastki .....	351
Wzory Viète'a .....	353
<b>Rozdział 20. Liczby zespolone .....</b>	<b>355</b>
Równość liczb zespolonych .....	356
Układ współrzędnych .....	356
Postać algebraiczna .....	356
Dodawanie .....	356
Odejmowanie .....	358
Mnożenie .....	358
Sprzężenie .....	359
Dzielenie .....	359
Moduł .....	360
Argument .....	360
Postać trygonometryczna .....	361
Mnożenie .....	361
Dzielenie .....	361
Potęgowanie .....	363
Pierwiastkowanie .....	363
Odwrotność $1/n$ .....	364
Reprezentacja macierzowa .....	365
Dodawanie .....	365
Odejmowanie .....	365
Mnożenie .....	366
Transpozycja, sprzężenie .....	366
Wyznacznik macierzy, moduł liczby .....	366
Argument .....	366
Wektory własne macierzy .....	366
Interpretacja transformacyjna .....	366
<b>Rozdział 21. Wykresy niektórych krzywych .....</b>	<b>367</b>
Asteroida .....	367
Rozeta czterolistna .....	368
Spirala Archimedesza .....	369
Kardioida .....	370
Krzywa Lissajous .....	370
Epicykloida .....	372
Epitrochoida .....	372

Hipocykloida .....	375
Hipotrochoida .....	376
Elipsa .....	378
Inne krzywe .....	378
<b>Rozdział 22. Krzywe Béziera .....</b>	<b>381</b>
Wielomiany Bernsteina .....	381
Definicja .....	381
Obliczenia .....	381
Algorytm .....	385
Właściwości .....	386
Inne sposoby obliczania .....	386
Pochodne .....	387
Krzywa Béziera 1. stopnia .....	388
Krzywa Béziera 2. stopnia .....	389
Tworzenie krzywej .....	389
Obliczenia .....	390
Algorytm .....	390
Postać macierzowa .....	391
Inna definicja .....	392
Krzywa Béziera 3. stopnia .....	394
Obliczenia .....	394
Algorytm .....	395
Postać macierzowa .....	395
Inna definicja .....	397
Wykresy krzywych Béziera 2. i 3. stopnia .....	398
Krzywa 2. stopnia .....	398
Krzywa 3. stopnia .....	399
Krzywe Béziera wyższych stopni .....	400
Algorytm .....	401
Wykres .....	401
Podwyższanie stopnia krzywej .....	402
Algorytm .....	402
Wykres .....	402
Właściwości krzywych Béziera .....	403
Właściwość 1. ....	403
Właściwość 2. ....	403
Właściwość 3. ....	403
Właściwość 4. ....	403
Właściwość 5. ....	404
Właściwość 6. ....	404
Właściwość 7. ....	404
Właściwość 8. ....	410
Właściwość 9. ....	411
Właściwość 10. ....	411
Właściwość 11. ....	411
Właściwość 12. ....	411
Algorytm de Casteljau .....	411
Obliczenie położenia punktu na krzywej dla danego $t$ .....	412
Podział krzywej na dwie krzywe .....	414
Gładkie połączenie dwóch krzywych .....	416
Wymierne krzywe Béziera .....	417
Definicja .....	418
Funkcje bazowe wymiernych krzywych Béziera .....	418

Wymierne krzywe Béziera 2. stopnia .....	421
Algorytm .....	421
Wykresy .....	421
Wymierne krzywe Béziera 3. stopnia .....	422
Algorytm .....	423
Wykres .....	423
Wymierne krzywe Béziera n-tego stopnia .....	423
Algorytm .....	423
Wykres .....	423
Właściwości wymiernych krzywych Béziera .....	424
Właściwość 1. ....	424
Właściwość 2. ....	424
Właściwość 3. ....	424
Właściwość 4. ....	424
Właściwość 5. ....	425
Właściwość 6. ....	425
Właściwość 7. ....	425
Właściwość 8. ....	425
Właściwość 9. ....	425
Właściwość 10. ....	425
Właściwość 11. ....	425
Właściwość 12. ....	425
Właściwość 13. ....	425
Właściwość 14. ....	425
<b>Rozdział 23. Teoria gier .....</b>	<b>427</b>
Podstawowe pojęcia .....	427
Teoria gier .....	427
Gracz .....	427
Gra .....	427
Strategia .....	427
Decyzja .....	428
Wypłata .....	428
Macierz wypłat .....	429
Gra z sumą zerową .....	429
Punkt siodłowy .....	429
Strategia czysta .....	432
Strategia mieszana .....	432
Strategia dominująca .....	434
Podgra .....	436
Cena gry .....	437
Rozwiązywanie gier $2 \times 2$ .....	439
Przykład .....	440
Rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$ .....	441
Przykład 1. ....	442
Przykład 2. ....	444
Graficzne rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$ .....	447
Przykład 1. ....	447
Przykład 2. ....	448
Rozwiązywanie gier $m \times n$ .....	449
Gry z naturą .....	449
Sformułowanie problemu .....	449
Gdy znamy prawdopodobieństwa stanów natury .....	450
Gdy nie znamy prawdopodobieństw stanów natury .....	451

<b>Rozdział 24. Automaty komórkowe .....</b>	<b>455</b>
Automaty komórkowe 1-wymiarowe .....	455
Ewolucja w czasie .....	458
Automaty komórkowe 2-wymiarowe .....	461
Sąsiedztwo von Neumanna .....	461
Sąsiedztwo Moore'a .....	461
Warunki brzegowe .....	461
Gra „Life” Conwaya .....	461
Mrówka Langtona .....	465
Cechy szczególne .....	465
Inne warianty .....	465
„Ruch drogowy” Nagela-Schreckenberga .....	467
<b>Rozdział 25. Chaos i fraktale .....</b>	<b>469</b>
Typy fraktali .....	469
Samopodobieństwo .....	470
Wymiar topologiczny .....	470
Wymiar podobieństwa .....	471
Wymiar podobieństwa figur płaskich .....	471
Wymiar podobieństwa brył .....	471
Wymiar podobieństwa obiektów n-wymiarowych .....	472
Wymiar fraktalny .....	472
Wymiar Minkowskiego .....	472
Odcinek .....	472
Kwadrat .....	473
Inne wymiary .....	473
Zbiór Cantora .....	473
Krzywa Kocha .....	475
Płatek Kocha .....	477
Smok Heighwaya .....	477
Supersmok .....	478
Trójkąt Sierpińskiego .....	480
Trójkąt Sierpińskiego metodą losową .....	480
Paproć Barnsleya .....	481
Fraktal Julii .....	483
Opis .....	483
Fraktal Mandelbrota .....	485
Płonący statek .....	485
L-system .....	487
Krzywa Kocha .....	489
Płatek Kocha .....	490
Zbiór Cantora .....	491
Trójkąt Sierpińskiego .....	491
Gałązka .....	492
Krzywa Hilberta .....	493
Smok Levy'ego .....	493
Modyfikacja krzywej Kocha .....	494
Pentadendryt .....	494
Gałązka 2 .....	495
Kółeczka .....	495
Fraktale w przyrodzie .....	496
Zastosowania wymiaru Minkowskiego .....	497
Mierzenie kształtów .....	497
Wymiar Minkowskiego .....	499
Równania regresji na podstawie próby .....	499

Atraktor Lorenza .....	501
Opis .....	501
Fraktale Lapunowa .....	502
Równanie Malthusa .....	502
Analogowe równanie logistyczne (model Verhulsta) .....	504
Dyskretne równanie logistyczne .....	507
Drzewo Feigenbauma .....	509
Wykładnik Lapunowa .....	511
Fraktale Lapunowa .....	511
<b>Rozdział 26. Obliczenia związane z dietami .....</b>	<b>515</b>
BMI .....	515
WHR i typ otyłości .....	516
Stan odżywienia .....	516
Zakres wag .....	518
Nadwaga .....	518
Tryb życia .....	518
Budowa ciała .....	519
Zapotrzebowanie energetyczne .....	519
Energia podstawowa .....	519
Energia aktywności .....	519
Energia związana z wiekiem .....	519
Energia związana z budową ciała .....	520
Energia optymalna .....	520
Ochudzanie .....	520
Wartość energetyczna pokarmów .....	520
Nadwyżka energetyczna (kalorii) .....	520
Szybkość odchudzania i energia diety .....	521
Czas odchudzania .....	521
Skład diety .....	521
Przykład .....	522
<b>Rozdział 27. Liczby w języku Java .....</b>	<b>523</b>
Prymitywne typy danych .....	523
Zmienne typów prymitywnych .....	524
Obiektowe typy danych .....	524
Typy zmiennych .....	525
Przekazywanie zmiennych .....	526
Wartości domyślne zmiennych .....	526
Tablice .....	527
Typy wyliczeniowe .....	527
Równość zmiennych .....	527
Modyfikatory .....	528
Modyfikatory dostępu .....	528
final .....	528
static .....	528
transient .....	528
volatile .....	529
Dostęp w module .....	529
Operatory .....	529
Operator * oraz / .....	529
Operatory + i - .....	530
Operator % (modulo) .....	530
Bitowe operatory logiczne &   ^ .....	530
Operatory przypisania .....	530



Konwersja typów .....	531
Konwersja ukryta prymitywnych typów danych .....	531
Konwersja ukryta obiektowych typów danych .....	534
Konwersja jawna .....	535
Typy otoczkowe .....	535
Autoboxing .....	537
Dokładność typów float i double .....	537
Błędy zaokrąglenia .....	537
Błędy reprezentacji .....	538
Liczby typu float .....	538
Liczby typu double .....	540
Zapobieganie niedokładności .....	541
Kod uzupełnień do 2 .....	541
Zamiana liczb na bity i odwrotnie .....	541
Kod uzupełnień do 2 .....	542
Tworzenie liczby przeciwnej .....	544
Dodawanie .....	544
Odejmowanie .....	544
Mnożenie .....	545
Dzielenie .....	545
<b>Rozdział 28. Odkrywanie prawdy o świecie .....</b>	<b>547</b>
Ile wody mieściło „morze” Salomona? .....	547
Rachunek prawdopodobieństwa .....	549
Rozmieszczenie $R_{111}$ .....	549
Rozmieszczenie $R_{011}$ .....	550
Rozmieszczenie $R_{101}$ .....	552
Rozmieszczenie $R_{001}$ .....	553
Entropia .....	553
Stan wyjściowy .....	554
Gdy urna może pomieścić tylko jedną kulę .....	558
Gdy urna może pomieścić co najwyżej $r$ kul .....	559
<b>Rozdział 29. Paradoksy .....</b>	<b>563</b>
Paradoks Russella: Golibroda .....	563
Sformułowanie problemu .....	563
Rozwiązanie problemu .....	564
Paradoks: Jestem kłamcą .....	565
Sformułowanie problemu .....	565
Rozwiązanie .....	565
Paradoks: Pan Bóg i kamień .....	566
Sformułowanie problemu .....	566
Rozwiązanie .....	566
Paradoks z sakiewkami .....	567
Sformułowanie problemu .....	567
Rozwiązanie .....	569
Paradoks Monty’ego Halla .....	569
Sformułowanie problemu .....	569
Rozwiązanie 1. (błędne) .....	570
Rozwiązanie 2. (prawidłowe) .....	571
Paradoks Gibbisa .....	573
Sformułowanie problemu .....	573
Rozwiązanie problemu .....	576



## Rozdział 21.

# Wykresy niektórych krzywych

## Asteroida

**Asteroida** jest szczególnym przypadkiem hipocykloidy, gdy  $m$ , czyli liczba ostrz, równa się 4. Asteroida wyrażona jest równaniem parametrycznym:

$$x = A \cdot \cos^3 \phi$$

$$y = A \cdot \sin^3 \phi$$

gdzie

$A$  i  $\phi$  — współrzędne biegunowe punktu.

Asteroidę możemy wykreślić, używając metody `asteroida` (listing 21.1, `curve/CurveUtil.java`).

**Listing 21.1.** *Metoda asteroida*

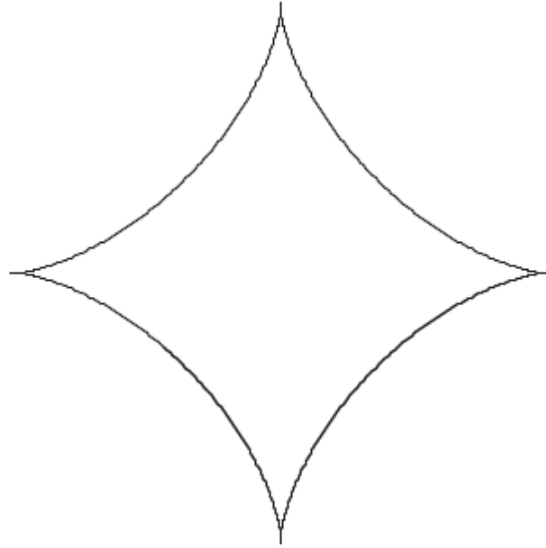
---

```
public static void asteroida(Graphics2D g2, Color kolor, int r, int liczbaPunktow)
{
    g2.translate(400, 400);
    int x1 = r;
    int y1 = 0;
    int x2;
    int y2;
    g2.setColor(kolor);
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = (int) (r * Math.pow(Math.cos(t), 3));
        y2 = (int) (r * Math.pow(Math.sin(t), 3));
        g2.drawLine(x1, y1, x2, y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

---

Po zastosowaniu algorytmu otrzymujemy wykres krzywej (rysunek 21.1, *curve/Curve01.java*).

**Rysunek 21.1.**  
Asteroida wykreślona  
odcinkami linii



## Rozeta czterolistna

Rozeta czterolistna jest określona równaniem parametrycznym:

$$x = 2a \sin \varphi \cos^2 \varphi$$

$$y = 2a \sin^2 \varphi \cos \varphi$$

Krzywą możemy wykreślić, używając metody *rozeta4listna* (listing 21.2, *curve/CurveUtil.java*).

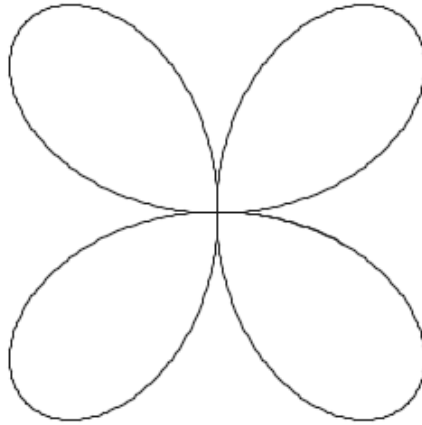
**Listing 21.2.** *Metoda rozeta4listna*

```
public static void rozeta4listna(Graphics2D g2, Color kolor, int size, int
liczbaPunktow) {
    g2.translate(400, 400);
    double x1 = 0;
    double y1 = 0;
    double x2;
    double y2;
    g2.setColor(kolor);
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = 2 * size * Math.sin(t) * Math.pow(Math.cos(t), 2);
        y2 = 2 * size * Math.cos(t) * Math.pow(Math.sin(t), 2);
        g2.drawLine((int) x1, (int) y1, (int) x2, (int) y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

Po użyciu algorytmu otrzymujemy wykres (rysunek 21.2, *curve/Curve02.java*).

### Rysunek 21.2.

Rozeta czterolistna



## Spirala Archimedesesa

Spirala Archimedesesa to krzywa określona przez równanie parametryczne:

$$x = a\varphi \cos \varphi$$

$$y = a\varphi \sin \varphi$$

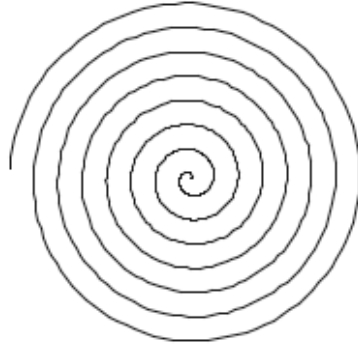
Do jej wykreślenia możemy użyć metody *spiralaArchimedesesa* (listing 21.3, *curve/ CurveUtil.java*).

### Listing 21.3. Metoda *spiralaArchimedesesa*

```
public static void spiralaArchimedesesa(Graphics2D g2, Color kolor, int dlugosc,
↳ int ciasnosc, int liczbaPunktow){
    g2.translate(400, 400);
    g2.scale(1, -1);
    int x1 = 0;
    int y1 = 0;
    int x2;
    int y2;
    g2.setColor(kolor);
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * dlugosc * Math.PI / liczbaPunktow;
        x2 = (int) (ciasnosc * t * Math.cos(t));
        y2 = (int) (ciasnosc * t * Math.sin(t));
        g2.drawLine(x1, y1, x2, y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

Po użyciu algorytmu otrzymujemy wykres krzywej (rysunek 21.3, *curve/Curve03.java*).

**Rysunek 21.3.**  
Spirala Archimedesa



## Kardioida

Kardioida jest opisana równaniem parametrycznym:

$$x = a(2 \cos t - \cos 2t)$$

$$y = a(2 \sin t - \sin 2t)$$

Do wykreślenia funkcji możemy użyć metody kardioida (listing 21.4, *curve/CurveUtil.java*).

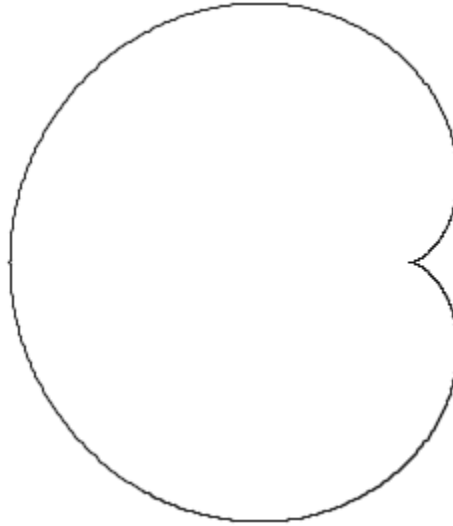
**Listing 21.4.** Metoda kardioida

```
public static void kardioida(Graphics2D g2, Color kolor, int a,
                           int liczbaPunktow) {
    g2.setColor(kolor);
    g2.translate(400, 400);
    int x1 = a;
    int y1 = 0;
    int x2;
    int y2;
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = (int) (a * (2 * Math.cos(t) - Math.cos(2 * t)));
        y2 = (int) (a * (2 * Math.sin(t) - Math.sin(2 * t)));
        g2.drawLine(x1, y1, x2, y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

Po użyciu algorytmu otrzymujemy wykres krzywej (rysunek 21.4, *curve/Curve04.java*).

## Krzywa Lissajous

**Krzywa Lissajous** to krzywa parametryczna zakreślana przez punkt wykonujący niezależne ruchy harmoniczne w dwóch płaszczyznach wzajemnie prostopadłych. Krzywe są opisane równaniem parametrycznym:

**Rysunek 21.4.***Kardioida*

$$x = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$y = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

Stosunek  $\omega_1/\omega_2$ , jeżeli jest wymierny, określa stosunek zetknięć z poziomymi bokami prostokąta. Wielkość tego prostokąta określają zmienne  $A_1$  i  $A_2$ . Kształt krzywych zależy też od  $(\varphi_1 - \varphi_2)$ .

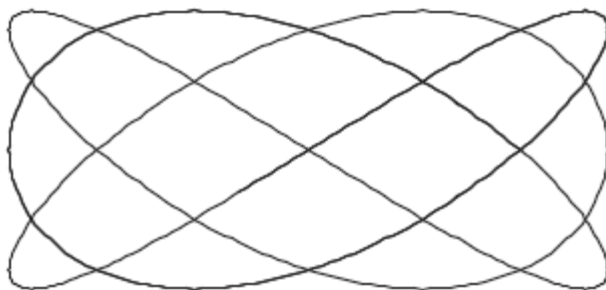
Krzywą możemy wykreślić przy użyciu metody `lissajous` (listing 21.5, `curve/ CurveUtil.java`).

**Listing 21.5. Metoda `lissajous`**

```
public static void lissajous(Graphics2D g2, Color kolor, int A1, int A2,
                           int w1, int w2, double fi1, double fi2, int
liczbaPunktow) {
    g2.setColor(kolor);
    g2.translate(400, 400);
    int x1 = (int) (A1 * Math.cos(fi1));
    int y1 = (int) (A2 * Math.cos(fi2));
    int x2;
    int y2;
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = (int) (A1 * Math.cos(w1 * t + fi1));
        y2 = (int) (A2 * Math.cos(w2 * t + fi2));
        g2.drawLine(x1, y1, x2, y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

Krzywą możemy wykreślić (rysunek 21.5, `curve/Curve05.java`).

**Rysunek 21.5.**  
Krzywa Lissajous



## Epicykloida

**Epicykloida** to krzywa kreślona przez punkt  $M$  okręgu, który toczy się bez poślizgu po zewnętrznej stronie okręgu nieruchomego koła.

Epicykloida wyrażona jest równaniem parametrycznym:

$$x = (A + a) \cos \varphi - a \cos \frac{A + a}{a} \varphi$$

$$y = (A + a) \sin \varphi - a \sin \frac{A + a}{a} \varphi$$

gdzie

$A$  — promień nieruchomego koła,

$a$  — promień ruchomego koła.

Kształt krzywej zależy od stosunku  $m = \frac{A}{a}$ .

Gdy:

- ◆  $m = 1$ , powstaje krzywa zwana kardioidą;
- ◆  $m$  jest liczbą całkowitą, epicykloida jest krzywą zamkniętą, składającą się ze skończonej liczby łuków;
- ◆  $m$  jest ułamkiem, epicykloida składa się ze skończonej liczby krzyżujących się łuków, przy czym punkt bieżący wraca do punktu wyjściowego;
- ◆  $m$  jest liczbą niewymierną, łuków jest nieskończenie wiele, a punkt  $M$  nie wraca do położenia wyjściowego.

## Epitrochoida

Do równania epicykloidy w drugim członie każdego równania można wprowadzić dodatkowy parametr  $\lambda$ .

$$x = (A + a) \cos \varphi - \lambda a \cos \frac{A + a}{a} \varphi,$$

$$y = (A + a) \sin \varphi - \lambda a \sin \frac{A + a}{a} \varphi.$$



Jeżeli:

- ♦  $\lambda = 1$ , jak w powyższych wzorach, otrzymujemy epicykloidę;
- ♦  $\lambda > 1$ , otrzymujemy tzw. epicykloidę wydłużoną;
- ♦  $\lambda < 1$ , otrzymujemy tzw. epicykloidę skróconą.

Wszystkie trzy epicykloidy noszą ogólną nazwę **epitrochoida**.

Epicykloidę możemy wykreślić, używając metody epicykloida (listing 21.6, *curve/ CurveUtil.java*):

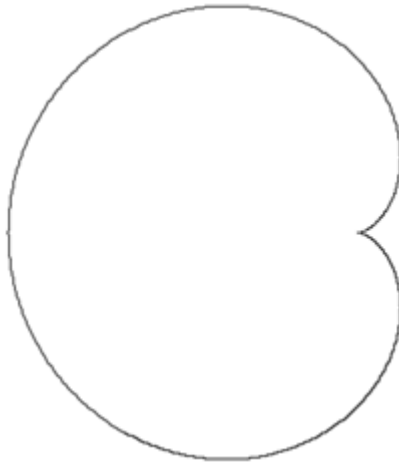
**Listing 21.6.** *Metoda epicykloida*

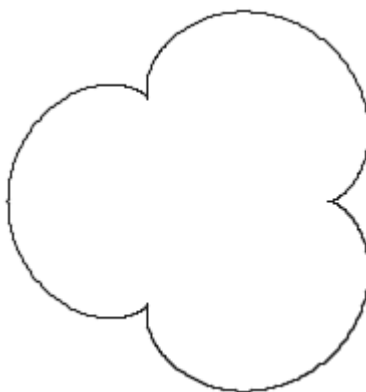
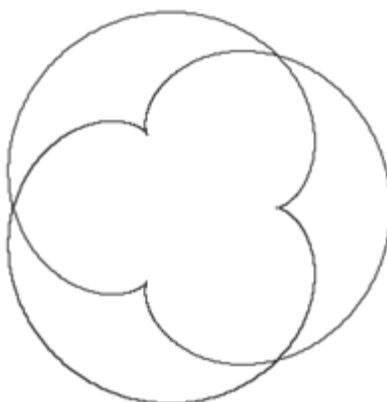
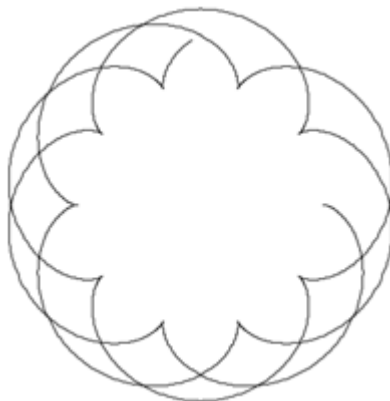
```
public static void epicykloida(Graphics2D g2, Color kolor, int A, int a,
                             double lambda, int liczbaPunktow) {
    g2.translate(400, 400);
    double x1 = A - (lambda - 1) * a;
    double y1 = 0;
    double x2;
    double y2;
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = (A + a) * Math.cos(t) - lambda * a * Math.cos((A + a) * t / a);
        y2 = (A + a) * Math.sin(t) - lambda * a * Math.sin((A + a) * t / a);
        g2.setColor(kolor);
        g2.drawLine((int) x1, (int) y1, (int) x2, (int) y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

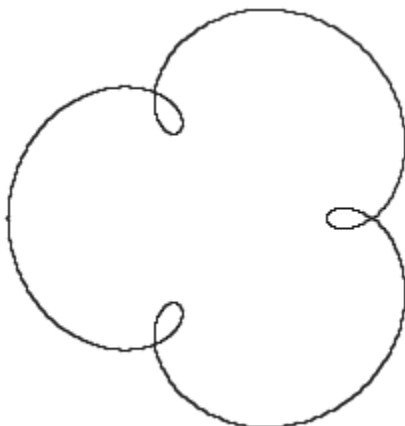
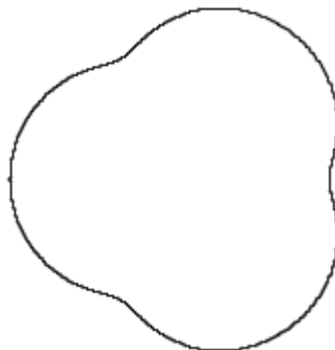
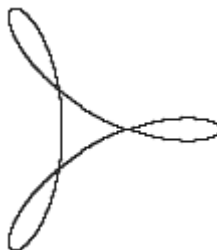
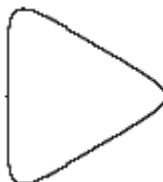
Rysujemy epitrochoidę dla różnych zestawów parametrów (rysunki 21.6 – 21.13).

**Rysunek 21.6.**

*Epitrochoida*  
dla  $m = 1$  ( $A = 60$ ,  
 $a = 60$ ),  $\lambda = 1$   
(*curve/Curve06.java*)



**Rysunek 21.7.***Epitrochoida*dla  $m = 3$  $(A = 60, a = 20), \lambda = 1$  $(\text{curves}/\text{Curve07.java})$ **Rysunek 21.8.***Epitrochoida*dla  $m = 1.5$  $(A = 60, a = 40), \lambda = 1$  $(\text{curve}/\text{Curve08.java})$ **Rysunek 21.9.***Epitrochoida*dla  $m = 3,3(333)$  $(A = 100, a = 30), \lambda = 1$  $(\text{curve}/\text{Curve09.java})$ 

**Rysunek 21.10.***Epitrochoida*dla  $m = 3$  ( $A = 60$ , $a = 20$ ),  $\lambda = 1,5$ *(curve/Curve10.java)***Rysunek 21.11.***Epitrochoida*dla  $m = 3$  ( $A = 60$ , $a = 20$ ),  $\lambda = 0,5$ *(curves/Curve11.html)***Rysunek 21.12.***Epitrochoida*dla  $m = -3$  ( $A = 60$ , $a = -20$ ),  $\lambda = 1,5$ *(curve/Curve12.java)***Rysunek 21.13.***Epitrochoida*dla  $m = -3$  ( $A = 60$ , $a = -20$ ),  $\lambda = 0,5$ *(curve/Curve13.java)*

## Hipocykloida

**Hipocykloida** to krzywa kreślona przez punkt  $M$  okręgu toczącego się bez poślizgu po wewnętrznej stronie okręgu nieruchomego koła.

Hipocykloida wyrażona jest takim samym równaniem parametrycznym jak epicykloida, ale parametr  $a$  jest zamieniony na  $-a$ , a symbole są takie same jak przy epicykloidzie.

Kształt krzywej zależy od stosunku  $m = \frac{A}{a}$ .

Gdy:

- ◆  $m = 2$ , krzywa degeneruje do średnicy stałego koła;
- ◆  $m = 3$ , hipocykloida ma 3 ostrza;
- ◆  $m = 4$ , otrzymujemy hipocykloidę o 4 ostrzach, nazywaną asteroidą.

## Hipotrochoida

Do równania hipocykloidy w drugim członie każdego równania można wprowadzić dodatkowy parametr  $\lambda$ .

Jeżeli:

- ◆  $\lambda = 1$ , jak w powyższych wzorach, otrzymujemy hipocykloidę,
- ◆  $\lambda > 0$ , otrzymujemy tzw. hipocykloidę wydłużoną,
- ◆  $\lambda < 0$ , otrzymujemy tzw. hipocykloidę skróconą.

Wszystkie trzy hipocykloidy noszą ogólną nazwę **hipotrochoida**.

W hipotrochoidach, gdy  $A = 2a$ , krzywa staje się elipsą, gdy  $A = a$ , otrzymujemy konchoidę, nazywaną też ślimakiem Pascala.

Do wykreślania możemy użyć metody hipocykloida (listing 21.7, *curve/CurveUtil.java*).

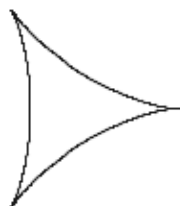
### Listing 21.7. Metoda hipocykloida

```
public static void hipocykloida(Graphics2D g2, Color kolor, int A, int a,
                               double lambda, int liczbaPunktow) {
    g2.translate(400, 400);
    double x1 = A + (lambda - 1) * a;
    double y1 = 0;
    double x2;
    double y2;
    a = -a;
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = (A + a) * Math.cos(t) - lambda * a * Math.cos((A + a) * t / a);
        y2 = (A + a) * Math.sin(t) - lambda * a * Math.sin((A + a) * t / a);
        g2.setColor(kolor);
        g2.drawLine((int) x1, (int) y1, (int) x2, (int) y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

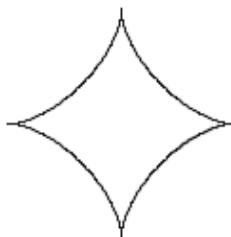
A oto wykresy hipotrochoidy przy różnych parametrach (rysunki 21.14 – 21.20):

**Rysunek 21.14.**

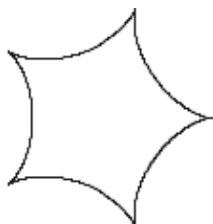
*Hipotrochoida*  
przy  $m = 3$  ( $A = 60$ ,  
 $a = 20$ ),  $\lambda = 1$   
(*curve/Curve14.java*)

**Rysunek 21.15.**

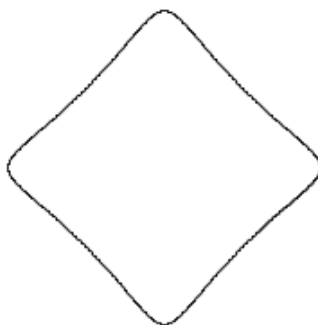
*Hipotrochoida*  
dla  $m = 4$  ( $A = 60$ ,  
 $a = 15$ ),  $\lambda = 1$   
(*curve/Curve15.java*)

**Rysunek 21.16.**

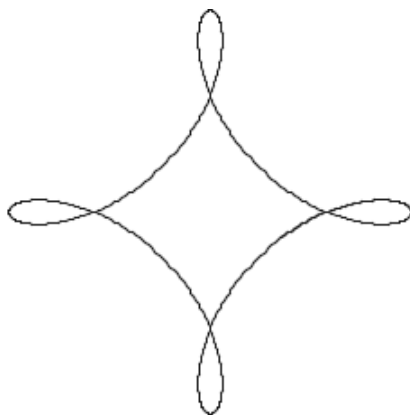
*Hipotrochoida*  
dla  $m = 5$  ( $A = 60$ ,  
 $a = 12$ ),  $\lambda = 1$   
(*curve/Curve16.java*)

**Rysunek 21.17.**

*Hipotrochoida*  
dla  $m = 4$  ( $A = 100$ ,  
 $a = 25$ ),  $\lambda = 0,5$   
(*curve/Curve17.java*)

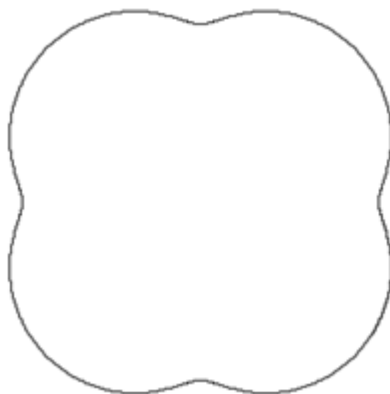
**Rysunek 21.18.**

*Hipotrochoida*  
dla  $m = 4$  ( $A = 100$ ,  
 $a = 25$ ),  $\lambda = 1,5$   
(*curve/Curve18.java*)



**Rysunek 21.19.**

Hipotrochoida  
 dla  $m = 4$  ( $A = 100$ ,  
 $a = -25$ ),  $\lambda = 0,5$   
 (curve/Curve19.java)

**Rysunek 21.20.**

Hipotrochoida  
 dla  $m = 2$  ( $A = 100$ ,  
 $a = 50$ ),  $\lambda = 1,5$   
 (curve/Curve20.java)



## Elipsa

Elipsę można wykreślić, korzystając z równania parametrycznego:

$$x = a \cos t$$

$$y = b \sin t$$

gdzie:

$a$  — duża oś elipsy,

$b$  — mała oś elipsy,

$t$  — zawiera się w przedziale  $< 0, 2\pi$ ).

Ponieważ można ją wykreślić, używając metod Javy, nie przedstawiamy ani własnych metod, ani wykresu.

## Inne krzywe

Ze względu na szczupłość miejsca nie ma możliwości dokładniejszego omawiania niektórych ciekawych krzywych. Sposoby ich wykreślania podano w materiałach. Dostępne krzywe (w klasie `curve/CurveUtil.java`) to:

- ◆ kwadraty wpisane w kwadraty (metoda `kwadraty`),
- ◆ spirala kwadratowa (metoda `spiralaKwadratowa`),
- ◆ szachownica (metoda `drawChessboard`).

W książce Piechota U., Piechota J., *JavaFX 9. Tworzenie graficznych interfejsów użytkownika*, Helion, Gliwice 2018, pokazany został sposób wykreślania krzywych:

- ♦ rozety Grandiego,
- ♦ symbol Jin-Jang,
- ♦ animowany symbol Jin-Jang.

W książce Piechota J., *Matematyka dla programistów JavaScript*, Helion, Gliwice 2019, pokazany został sposób wykreślenia krzywych:

- ♦ strzałka,
- ♦ spirala logarytmiczna Pascala,
- ♦ złota spirala,
- ♦ kwadraty i spirala Fibonacciego.

Metody te mogą być łatwo przetłumaczone z JavaScriptu na kod Java. Pozostawiam to jako ćwiczenie dla czytelnika.





# Skorowidz

## A

automaty komórkowe  
  gra Life, 461  
ACTIV, 56  
algorytm, 307  
  de Casteljau, 411  
  Hornera, 338  
AlphaComposite  
  .CLEAR, 96  
  .DST, 96  
  .DST\_ATOP, 97  
  .DST\_IN, 97  
  .DST\_OUT, 98  
  .DST\_OVER, 99  
  .SRC, 99  
  .SRC\_ATOP, 99  
  .SRC\_IN, 100  
  .SRC\_OUT, 100  
  .SRC\_OVER, 101  
  .XOR, 102  
alternatywa, 62  
AND, 50  
Apollo Belwederski, 123  
arccosx, 30  
arcsinx, 30  
arctgx, 31  
argument liczb zespolonych, 360  
assertum, 48  
asteroida, 367  
atraktor Lorenza, 501  
autoboxing, 537  
automaty komórkowe  
  1-wymiarowe, 455  
  2-wymiarowe, 461  
  deterministyczne, 455  
  liczba iteracji, 458

  mrówka Langtona, 465  
  ruch drogowy, 467  
  sąsiedztwo Moore'a, 461  
  sąsiedztwo von Neumanna, 461  
  warunki brzegowe, 458, 461

## B

BCD, Binary-Coded Decimal, 75  
bifurkacja, 510  
bity  
  odwracanie, 72  
  sprawdzanie wartości, 72  
  włączanie, 71  
  wycinanie, 72  
  wyłączanie, 71  
błędy  
  reprezentacji, 538  
  zaokrąglenia, 537  
BMI, body mass index, 515  
budowa ciała, 519

## C

cena gry, 437  
ciąg Fibonacciego, 127  
  biologia, 144  
  drzewo rodowe u pszczół, 142  
  ekonomia, 147  
  granica, 128  
  informatyka, 147  
  literatura, 145  
  muzyka, 145  
  n-ty wyraz, 129  
  proporcje skrzypiec, 146  
  rozmnażanie królików, 143  
  rozwój pędów bocznych, 144

ciąg Fibonacciego  
 symbol Newtona, 132  
 w systemie dwójkowym, 139  
 właściwości, 132, 138  
 wyrazy ciągu, 129, 130

ciągi liczbowe, 319  
 iloczyn, 323  
 iloraz, 323  
 rozbieżne, 321  
 różnica, 323  
 suma, 323  
 twierdzenia, 323  
 zbieżne, 321

ciągłość funkcji, 327

cosecans, 28

cosh, 32

cosinus, 28

cotangens, 28

czas  
 12/24 h, 76  
 kod zegara, 77  
 zapis BCD, 76  
 zapis binarny, 75

**D**

dane, 213  
 ocena, 221  
 porównanie, 220  
 wykresy, 216

DEACTIV, 57

decyzja, 428

dieta, 515, 521

długość  
 przedziałów klasowych, 215  
 wektora, 255

dodawanie  
 jednomianów, 330  
 liczb zespolonych, 356, 365  
 macierzy, 266  
 wektorów, 256  
 wielomianów, 335

dokładność porównania, 541

dominanta, 224

dopełnienie  
 algebraiczne, 277  
 zbioru, 90

dostęp w module, 529

drzewo  
 binarne, 191  
 Feigenbauma, 509

dwumian, 332  
 Newtona, 153, 154

dziedzina funkcji, 310

dzielenie  
 jednomianów, 331  
 liczb zespolonych, 359, 361  
 macierzy, 275  
 wielomianu, 337

**E**

elipsa, 378

energia  
 aktywności, 519  
 diety, 521  
 optymalna, 520  
 podstawowa, 519  
 związana z budową ciała, 520  
 związana z wiekiem, 519

entropia, 44, 553  
 makrostanów, 556, 557

epicykloida, 372

epitrochoida, 372

**F**

faktoryzacja, 117

falsum, 48

final, 528

flagi binarne, 73

fraktal, 469  
 atraktor Lorenza, 501  
 drzewo Feigenbauma, 509  
 gałązka, 492  
 gałązka 2, 495  
 Julii, 483, 484  
 krzywa Hilberta, 493  
 krzywa Kocha, 475, 489  
 Mandelbrota, 485, 486  
 paproć Barnsleya, 481  
 pentadendryt, 494  
 płonący statek, 485  
 smok Heighwaya, 477  
 smok Levy'ego, 493  
 supersmok, 478  
 trójkąt Sierpińskiego, 480, 491  
 zbiór Cantora, 473, 491

fraktale  
 binarne, 140  
 Lapunowa, 502, 511  
 w przyrodzie, 496

funkcja, 307, 309  
 tojent, 197  
 XOR, 457  
 $\varphi$  Eulera, 195

## funkcje

- algebraiczne, 310
- argumenty, 309
- ciągłe, 327, 328
- cyklometryczne, 30
- dziedzina, 309
- hiperboliczne, 31
- jednej zmiennej, 312
- logarytmiczne, 311
- malejące, 313
- nieograniczone, 315
- niewymierne, 311
- ograniczone, 315
- okresowe, 315
- określanie dziedziny, 310
- przeciwdziedzina, 309
- przejścia, 456
- przestępne, 311
- rosnące, 313
- różnowartościowe, 317
- ściśle monotoniczne, 314
- trygonometryczne, 25, 28, 29, 311
- uwikłane, 312
- w postaci parametrycznej, 312
- wartości, 309
- wielu zmiennych, 312
- wykładnicze, 311
- wykresy, 313
- wymierne, 311, 327
- wyraźne, 312
- wzajemnie odwrotne, 317
- zakres, 309
- złożone, 319

**G**

generowanie liczb pierwszych, 108

gęstość liczb pierwszych, 105

gra, 427

„Life” Conwaya, 461

2×2, 439

2×m, 441

n×2, 441

gracz, 427

granica

ciągu nieskończonego, 320

funkcji w punkcie, 324

funkcji wymiernej, 327

lewostronna i prawostronna, 324

niewłaściwa, 325

wielomianu, 327

## gry

cena, 437

kryteria, 451

macierz wypłat, 429

podgra, 436

prawdopodobieństwa stanów natury, 450

punkt siodłowy, 429

rozwiązywanie, 439, 441, 449

rozwiązywanie graficzne, 447

strategia, 427

czysta, 432

dominująca, 434

mieszana, 432

wypłata, 428

z naturą, 449

z sumą zerową, 429

**H**

hipocykloida, 375

hipoteza Riemanna, 107

hipotrochoida, 376

histogram, 216

**I**

I prawo Mendla, 165

iloczyn

ciągów, 323

skalarny, 258

wektorowy, 260

zbiorów, 90

iloraz ciągów, 323

IMP, 54

IMPR, 55

informacja, 45

inwersje, 186

**J**

Java, 523

jednomiany, 329

dodawanie, 330

dzielenie przez jednomian, 331

dzielenie przez liczbę, 331

mnożenie przez jednomian, 331

mnożenie przez liczbę, 331

najmniejsza wspólna wielokrotność, 332

odejmowanie, 330

podobne, 330

redukowanie, 334

język Java, 523

**K**

kardioida, 370  
 kąt, 25  
   między prostymi, 247  
   między wektorami, 256, 260  
 klasa  
   autos/AutomatonPanel.java, 456  
   BigDecimal, 541  
   BurningShipPanel, 486  
   fractals/FractalUtil.java, 477  
   fractals/Fractal04.java, 480  
   fractals/Fractal26.java, 504  
   fractals/FractalUtil.java, 482  
   Math, 21  
   MathUtil, 34, 35  
   Matrix, 263  
   polynomials/CubicEquat.java, 346  
   polynomials/QuadEquation.java, 343  
 kod  
   BCD, 75  
   Graya, 77  
     konwersje liczb, 79, 80  
     tworzenie, 77  
   uzupełnień do 2, 541, 542  
 kolory, 83  
 kombinacje  
   bez powtórzeń, 167  
   z powtórzeniami, 168  
 koniunkcja, 62  
 konstruktor, 263  
 konwersja  
   jawna, 535  
   liczb binarnych, 79  
   liczb dziesiętnych, 79, 80  
   przy wywoływaniu metod, 533, 535  
   przypisania, 532, 534  
   typów, 531  
   ukryta, 531, 534  
 krzywa Béziera, 381  
   1. stopnia, 388  
   2. stopnia, 389  
     postać macierzowa, 391  
     tworzenie, 389  
     wymierna, 421  
   3. stopnia, 394  
     postać macierzowa, 395  
     wykresy, 398  
     wymierna, 417, 422  
   funkcje bazowe, 418  
   gładkie połączenie, 416  
   obliczenie położenia punktu, 412  
   podwyższanie stopnia krzywej, 402  
   podział krzywej, 414

właściwości, 403, 411  
 wyższych stopni, 392, 397, 400  
 krzywe  
   Hilberta, 493  
   Kocha, 475, 489, 494  
   Lissajous, 370  
   logistyczne, 506  
 kurtoza, 230  
 kwadraty Fibonacciego, 138  
 kwartył  
   dolny, 225  
   górný, 226  
   środkowy, 225

**L**

liczba  
   e, 324  
   makrostanów, 554, 558  
   pierwsza Mersenne'a, 110  
   przedziałów klasowych, 215  
    $\varphi$ , 119  
     w architekturze, 123  
     w muzyce, 123  
     w naturze, 125  
     w sztuce, 123  
 liczby  
   Bella, 193  
     bransoletki, 199  
     naszyjniki, 198  
   Bernoulliego, 181  
   binarne, 63  
   Catalana, 186  
     liczba dróg, 187  
     liczba drzew binarnych, 191  
     liczba monotonicznych dróg, 190  
     liczba podziałów na trójkąty, 190  
     liczba rozmieszczeń nawiasów, 189  
   Eulera I rzędu, 177  
   Eulera II rzędu, 178  
   Fibonacciego, 127  
   heksadecymalne, 81  
   pierwsze, 103  
     bliźniacze, 112  
     ciekawe, 113  
     czworacze, 112  
     duże, 114  
     Eulera, 111  
     Fermata, 111  
     generowanie, 108  
     gęstość, 105  
     izolowane, 112

liczba, 108  
 lustrzane, 112  
 małe, 114  
 największe, 113  
 palindromiczne, 113  
 rozmieszczenie, 103  
 Sophie Germain, 112  
 specjalne, 112  
 w naturze, 118  
 w podanym zakresie, 108  
 większe od  $n$ , 108  
 przeciwne, 544  
 pseudolosowe, 35  
 Rahaba, 139  
 Segnera, *Patrz* liczby Catalana  
 Stirlinga  
   I rodzaju, 175  
   II rodzaju, 173  
 typu double, 540  
 typu float, 538  
 względnie pierwsze, 194  
 zespolone, 355  
   argument, 360, 366  
   dodawanie, 356, 365  
   dzielenie, 359, 361  
   mnożenie, 358, 361, 366  
   moduł, 360  
   odejmowanie, 358, 365  
   odwrotność  $1/n$ , 364  
   pierwiastkowanie, 363  
   postać algebraiczna, 356  
   postać trygonometryczna, 361  
   potęgowanie, 363  
   reprezentacja macierzowa, 365  
   równe, 356  
   sprzężenie, 359, 366  
   transpozycja, 366  
   układ współrzędnych, 357  
 logarytm, 23  
   dziesiętny, 24  
   naturalny, 24  
 logarytmy  
   przeliczanie, 24  
   w Javie, 24  
 logika  
   Bochvara, 60  
   Heytinga, 60  
   Kleene'ego, 60, 62  
   Łukasiewicza, 59  
   Reichenbacha, 61  
 logiki trójwartościowe, 59  
 losowanie bez zwracania, 210  
 L-system, 487

## M

macierz, 263  
   gry, 435, 437  
      $2 \times m$ , 434  
      $n \times 2$ , 435  
   jednostkowa, 265  
   kwadratowa, 265  
   przejsć, 43  
   przekształceń, 301  
   refleksji, 299  
   translacji, 299  
   wektorowa, 265  
   wypłat, 429, 439–442  
   zerowa, 264  
 macierze  
   dodawanie, 266  
   dopełnienie algebraiczne, 277  
   dzielenie, 275  
   minor, 276  
   mnożenie, 267  
   mnożenie skalarne, 267  
   obliczanie wyznacznika, 270  
   odejmowanie, 267  
   odwrotne, 276, 278  
   równość, 266  
   stopień, 266  
   transpozycja, 275  
   transpozycja dopełnień, 278  
   układ równań, 280  
   wektory własne, 366  
   właściwości, 266  
 maskowanie binarne, 70  
 max, 222  
 metoda  
   angleBetween, 260  
   asteroida, 367  
   average, 428  
   bernsteinTVValue, 385  
   bezierDegreeUp, 402  
   bigFi, 120  
   bin2toByteArray, 543  
   bin2ToInt, 542  
   binToGray, 79  
   calculateBarnsley, 482  
   cBezierValue1, 395  
   cBezierValue2, 396  
   compositedColor, 94  
   connectBezier, 416  
   countCells, 498  
   crossPoint, 249  
   decToGray, 79  
   det, 273

## metoda

div, 360, 362  
 divideCasteljau, 415  
 double Math.IEEEremainder(), 38  
 drawBernstein, 385  
 drawCantorSet, 474  
 drawDragon, 477  
 drawNBezier, 401  
 epicykloida, 373  
 euklides, 240  
 fi, 119  
 findLine, 244  
 fractDecimToNormal, 40  
 grayToBin, 80  
 grayToDec, 79  
 hasSaddle, 432  
 hipocykloida, 376  
 isFibo, 130  
 jaccard, 238  
 kardioida, 370  
 lissajous, 371  
 margalef, 234  
 Math.floorDiv(x, y), 34  
 Math.floorMod(x,y), 34  
 Math.fma(), 38  
 Math.toIntExact(long), 36  
 maximin, 430  
 minimax, 431  
 multiply, 269  
 nextValue, 457  
 pielou, 237  
 price, 438  
 qBezierValue1, 390  
 qBezierValue2, 391  
 qBezierValue3, 393  
 reduce, 334  
 rozeta4listna, 368  
 setToReflection, 291  
 setToRotation, 288  
 setToScale, 286  
 setToShear, 293  
 setToTranslate, 284  
 simpsonEnviron, 235  
 simpsonSample, 234  
 sorenson1, 238  
 sorenson2, 239  
 spiralaArchimedesesa, 369  
 stats, 131  
 toString, 254

## metody

cyklometryczne klasy Math, 31  
 dla wskaźnika Shannona–Wienera, 236  
 do bezpiecznych działań na liczbach, 36

generujące liczby pseudolosowe, 35  
 hiperboliczne klasy Math, 32  
 klasy Math, 23, 33  
 operujące na znakach liczb, 35  
 trygonometryczne klasy Math, 29  
 z przyrostkiem Exact, 36  
 zaokrąglające w klasie Math, 33  
 związane z reprezentacją liczb, 37

miary kąta, 25

min, 222

minor, 276

mnożenie

jednomianów, 331  
 liczb zespolonych, 358, 361, 366  
 macierzy, 267  
 skalarne, 267  
 wielomianu, 336

moda, *Patrz* dominanta

model

kolorów, 83  
 HSL/HSI/HSD, 84  
 HSV/HSB, 84  
 HWB, 85  
 RGB, 83  
 RGBA, 83  
 sRGB, 83

Verhulsta, 504

modele analogowe, 504

moduł

liczb zespolonych, 360  
 liczby, 320, 366

modyfikatory, 528

dostępu, 528

momenty średniej, 229

morze Salomona, 547

mrówka Langtona, 465

**N**

nadwaga, 518

nadwyżka energetyczna, 520

najmniejsza wspólna wielokrotność, 332

największy wspólny dzielnik, 341

NAND, 51

natężenie, 223

NOR, 52

normalizacja wektora, 258

normalna wektora, 259

not, 49

NXOR, 53

## O

obiekt  
     Circle, 408  
     Line, 243  
 obliczanie logarytmów, 25  
 obrót, 286  
     w miejscu, 295  
     względem dowolnego punktu, 294  
 ocena danych, 221  
 odbicie, 289  
     względem osi, 289, 290  
     względem prostej, 290, 299  
 odchudzenie, 520  
 odchylenie standardowe, 228  
     w populacji, 228  
     w próbie, 228  
 odejmowanie  
     jednomianów, 330  
     liczb zespolonych, 358, 365  
     macierzy, 267  
     wektorów, 257  
     wielomianów, 336  
 odległość  
     prostych równoległych, 245  
     punktu od prostej, 249  
 odstęp międzykwartyłowy, 226  
 odwracanie bitów, 72  
 operacja OR, 458  
 operacje  
     binarne, 70  
     na zbiorach, 89  
 operator, 529  
     %, 530  
     \*, 529  
     /, 529  
     +, 530  
     bitowej różnicy symetrycznej  $\wedge$ , 66  
     iloczynu bitowego  $\&$ , 65  
     negacji bitowej  $\sim$ , 67  
     przesunięcia bitowego w lewo  $\ll$ , 67  
     przesunięcia bitowego w prawo  $\gg$ , 68  
     przesunięcia bitowego w prawo  
         z wypełnianiem zerami  $\gg>$ , 69  
     sumy bitowej  $|$ , 66  
 operatory  
     binarne, 65  
     logiczne, 530  
     przypisania, 530  
 OR, 51  
 otyłość, 516

## P

paleta kolorów, 85  
     nazwanych  
         CSS, 86  
         EN, 85  
         HSL, 86  
         Web Safe Colors, 85  
 paproć Barnsleya, 481  
 paradoks  
     Jestem kłamcą, 565  
     Pan Bóg i kamień, 566  
     Gibbsa, 573  
     Monty'ego Halla, 569  
     Russella  
         Golibroda, 563  
         z sakiewkami, 567  
 parametry  
     dla gałązki, 492  
     dla krzywej Hilberta, 493  
     dla krzywej Kocha, 489, 494  
     dla płatka Kocha, 490  
     dla smoka Levy'ego, 493  
     dla trójkąta Sierpińskiego, 491  
     dla zbioru Cantora, 491  
 partycje, 182  
 pełność, 61  
 pentadendryt, 495  
 pentagram, 122  
 percentyle, 225  
 permutacje  
     bez powtórzeń, 170  
     z powtórzeniami, 171  
 pierwiastki  
     równania kwadratowego, 344  
     wielomianu, 341  
 pierwiastkowanie, 22  
     liczb zespolonych, 363  
 płatek Kocha, 477, 490  
 pochodna, 332, 410  
     wielomianu, 341  
 podgra, 436  
 podmacierz, 276  
 poprawność, 61  
 porównanie danych, 220  
 potęgowanie, 21  
     liczb zespolonych, 363  
 prawdopodobieństwo, 43, 549  
     makrostanów, 555  
 proste  
     kąt między prostymi, 247  
     odległość punktu, 249  
     prostopadłe, 246, 251

proste  
 przechodzące przez punkty, 244  
 punkt przecięcia prostych, 248  
 równania, 241  
 równoległe, 245, 250  
 współczynnik kierunkowy, 244  
 wyznaczanie punktów, 252

przedział  
 domknięty, 308  
 klasowy, 215  
 nieograniczony, 308  
 otwarty, 308

przekrzywienie, 292, 301  
 wzdłuż osi X, 292  
 względem osi Y, 292

przekształcenia  
 afiniczne, 283  
 izometryczne, 283  
 złożone, 293

przeliczanie  
 kolorów, 86  
 liczb dziesiętnych, 82  
 liczb heksadecymalnych, 82  
 logarytmów, 24  
 na typ int, 541  
 stopni na radiany, 27

przeźrzeń kolorów, *Patrz* model kolorów

punkt  
 przecięcia prostych, 248  
 siodłowy, 429, 432

## R

rachunek prawdopodobieństwa, 549

refleksja, *Patrz* odbicie

reguły Portera–Duffa, 96

rekurencja, 175, 177

relacje, 308  
 jednoznaczne, 309

reprezentacja liczb, 36

rozeta czterolistna, 368

rozkład  
 dwumianowy, 151  
 elementów, 200

rozkładanie wielomianu, 343

rozmieszczenie kul, 201–206, 549–553

rozstęp badanej cechy, 214, 222

równanie  
 4. stopnia, 351  
 postać ogólna, 351  
 wyróżniki i pierwiastki, 351  
 wzory Viète’a, 353

kwadratowe, 343  
 pierwiastki, 344  
 postać iloczynowa, 344  
 postać kanoniczna, 344  
 postać ogólna, 343  
 wyróżnik, 344  
 wzory Viète’a, 344

logistyczne, 506  
 analogowe, 504  
 dyskretne, 507

Malthusa, 502, 505

prostej  
 postać kierunkowa, 242  
 postać ogólna, 241

regresji, 499

sześcienne, 346, 349  
 parametry pomocnicze, 347  
 postać ogólna, 346  
 współczynnik  $h$ , 349  
 wyróżnik, 347  
 wzory Cardana, 347  
 wzory Viète’a, 349

równość macierzy, 266

różnica  
 ciągów, 323  
 symetryczna zbiorów, 91  
 zbiorów, 90

różnorodność, 41

rzutowanie, 22, 36

## S

samopodobieństwo, 470

sąsiedztwo  
 Moore’a, 461  
 von Neumanna, 461

schemat  
 Bernoulliego, 160  
 Hornera, 340

secans, 28

silnia, 149

sinh, 31

sinus, 28

sito  
 Atkina, 109  
 Eratostenesa, 109

skalary, 253

skalowanie, 285  
 w miejscu, 297  
 wektora, 257

składanie macierzy przekształceń, 301

skośność, 229

słowo kluczowe new, 525



smok  
 Heighwaya, 477, 478  
 Levy'ego, 493, 494

spirala  
 Archimedesesa, 105, 369  
 Fibonacciego, 138  
 Ulama, 104

spójniki  
 dwuargumentowe, 49  
 jednoargumentowe, 47

sprawdzanie  
 parzystości, 70  
 wartości bitu, 72

sprzężenie liczb zespolonych, 359

stała  
 Boltzmana, 556  
 Math.E, 21  
 Math.PI, 21

stan, 455  
 komórki, 456  
 odżywienia, 516  
 wyjściowy, 554

stany natury, 450

static, 528

statystyka, 213  
 Maxwella–Boltzmana, 554

stopień  
 jednomianu, 330  
 macierzy, 266  
 wielomianu, 333, 341

strategia, 427  
 czysta, 432  
 dominująca, 434  
 mieszana, 432

struktura, 222

suma, 222  
 ciągów, 323  
 zbiorów, 90

supersmok, 479

symbol Newtona, 132, 150

symbole języka żółwia, 489

szereg  
 Newtona, 155  
 rozdzielczy  
 jednostopniowy, 213  
 wielostopniowy, 214, 215

szybkość odchudzania, 521

## Ś

średnia arytmetyczna, 223

środek ciężkości  
 figury, 301  
 trójkąta, 296

## T

tablice, 527  
 liczb Stirlinga I rodzaju, 177  
 liczb Stirlinga II rodzaju, 175

tangens, 28

tanh, 32

teoria  
 gier, 427  
 informacji, 41

test  
 Lucasa–Lehmera, 116  
 Millera–Rabina, 114

testy pierwszości, 114

transformacja stochastyczna, 43

transient, 528

translacja, 284

transpozycja, 254  
 liczb zespolonych, 366  
 macierzy, 275  
 macierzy dopełnień, 278

trójkąt  
 Pascala, 156  
 Sierpińskiego, 458, 480, 491

trójmian, 332

tryb życia, 518

twierdzenia  
 o ciągach zbieżnych, 323  
 o granicach, 326  
 o granicach ciągów, 323

twierdzenie  
 Bézouta, 342  
 Gaussa, 106  
 Pitagorasa, 30

typ otyłości, 516

typy  
 obiektowe, 524  
 prymitywne, 523  
 otoczkowe, 535  
 wyliczeniowe, 527  
 zmiennych, 525

## U

układ Lorenza, 501

ułamek  
 nieokresowy, 39  
 okresowy, 39

## V

verum, 47

volatile, 529

## W

- wariacje
  - bez powtórzeń, 169
  - z powtórzeniami, 170
- wariancja, 226
  - w populacji, 226
  - w próbie, 227
- wartość
  - energetyczna pokarmów, 520
  - liczbowa wyrażenia, 329
- wektor, 253
  - kolumnowy, 265
  - swobodny, 242
  - wierszowy, 265
- wektory, 253
  - 2d, 253
  - 3d, 261
  - długość, 255
  - dodawanie, 256
  - iloczyn skalarny, 258
  - iloczyn wektorowy, 260
  - kąt wektora, 256
  - kąt między wektorami, 260
  - normalizacja, 258
  - normalna, 259
  - n-wymiarowe, 261
  - odejmowanie, 257
  - skalowanie, 257
  - transpozycja, 254
  - wierszowe i kolumnowe, 253
  - własne macierzy, 366
- WHR, 516
- wielomian, 311, 333
  - Bernsteina, 381, 382, 383, 384
  - obliczanie, 386
  - pochodne, 387
  - właściwości, 386
- wielomiany
  - dodawanie, 335
  - dzielenie przez dwumian, 338
  - dzielenie przez wielomian, 337
  - liczba pierwiastków, 341
  - mnożenie przez liczbę, 336
  - mnożenie przez wielomian, 336
  - obliczanie wartości, 340
  - odejmowanie, 336
  - pierwiastki, 341
  - pochodna, 341
  - porządkowanie, 335
  - postać ogólna, 333
  - reszta z dzielenia, 340
  - rozkładanie na czynniki, 343
  - stopień, 333, 341
  - wyraz wolny, 333
- własności
  - funkcji ciągłych, 328
  - krzywych Béziera, 403
- włączanie bitów, 71
- wskaźnik
  - BMI, 515
  - Euklidesa, 240
  - Jaccarda, 237
  - Margalefa, 233
  - natężenia, 223
  - Pielou, 236
  - Shannona–Wienera, 235
  - Simpsona, 234
  - Sorensona, 238
  - struktury, 222
- współczynnik
  - asymetrii 1, 231
  - asymetrii 2, 231
  - asymetrii Pearsona, 231
  - kierunkowy prostej, 244
  - liczbowy wielomianu, 329
  - zmienności, 228
  - zmienności w próbie, 228
- współrzędne
  - biegunowe, 254
  - kartezjańskie, 254
- wycinanie bitów, 72
- wykładnik Lapunowa, 511
- wykras
  - kołowy, 218
  - liniowy, 218
- wykresy
  - danych, 216
  - funkcji, 313
  - krzywych, 367
  - krzywych Béziera, 398
  - liczby zespolonej, 357
- wyłączanie bitów, 71
- wymiar
  - fraktalny, 472
  - Minkowskiego, 472–475
  - kwadrat, 473
  - mierzenie kształtów, 497
  - odcinek, 472
  - równania regresji, 499
  - zastosowania, 497
- podobieństwa
  - brył, 471
  - figur płaskich, 471
  - obiektów n-wymiarowych, 472
- topologiczny, 470

wypłata, 428  
 wyrażenie algebraiczne, 329  
 wyróżnik równania  
   kwadratowego, 344  
   sześciennego, 347  
 wyznaczanie punktów na prostej, 252  
 wyznacznik macierzy, 270  
   interpretacja Geometryczna, 271  
   właściwości, 274  
 wzory  
   Cardana, 347  
   skróconego mnożenia, 333  
   Viète'a, 344, 349, 353  
 wzór  
   Bernoulliego, 161, 163  
     uogólniony, 208  
   Bineta, 128  
   Fermata, 111  
   Pascala, 208  
   Poissona, 209

**X**

XOR, 53

**Z**

zakresy typów liczbowych, 523  
 zamiana liczb na bity, 541  
 zaokrąglanie liczb, 33

zastosowania wymiaru Minkowskiego, 497  
 zawieranie się zbiorów, 91  
 zbiory, 89, 307  
   dopełnienie, 90  
   iloczyn, 90  
   liczb, 310  
   różnica, 90  
   różnica symetryczna, 91  
   suma, 90  
   zawieranie się, 91  
 zbiór Cantora, 473, 491  
 zegar binarny, 75  
 złota spirala, 121  
 złoty  
   podział odcinka, 120  
   prostokąt, 121  
   trójkąt, 121  
 zmienne, 524  
   instancyjne, 526  
   lokalne, 525  
   obiektywne, 524, 525  
   prymitywne, 525  
   przekazywane  
     przez referencję, 526  
     przez wartość, 526  
   statyczne, 526  
   wartości domyślne, 526



# PROGRAM PARTNERSKI

— GRUPY HELION —

- 
1. ZAREJESTRUJ SIĘ
  2. PREZENTUJ KSIĄŻKI
  3. ZBIERAJ PROWIZJĘ

Zmień swoją stronę WWW w działający bankomat!

**Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!**

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA  
**Helion**

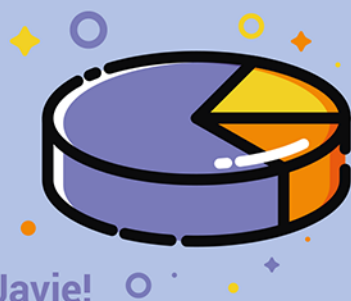
## Matematyka w Javie? Nic trudnego!

- Przypomnij sobie reguły i działania matematyczne
- Poznaj w praktyce funkcje matematyczne języka Java
- Zamieniaj wzory i problemy matematyczne na algorytmy
- Naucz się wizualizować wyniki swoich obliczeń

Matematyka nie jest ulubioną dziedziną wiedzy większości ludzi, a społeczność informatyczna nie stanowi tu wyjątku. Funkcje matematyczne, obliczenia statystyczne, działania na macierzach – każda z tych czynności może wywołać popłoch nawet wśród najbardziej doświadczonych programistów, z wieloletnim stażem w zawodzie. Jest tak, mimo że zarówno zasada działania komputerów, jak i języki programowania opierają się właśnie na królowej nauk.

Na szczęście na rynku jest ta książka! Szybko wprowadzi Cię ona w świat obliczeń matematycznych wykonywanych za pomocą komputera. Na praktycznych przykładach, opracowanych w popularnym języku Java, przedstawia sposoby przeprowadzania różnych działań i przekształceń, stosowania algorytmów oraz wizualizowania otrzymanych wyników. Przestań się więc martwić i zostań prawdziwym matematycznym ninją!

- Podstawy matematyki i teorii informacji
- Działania na liczbach binarnych i heksadecymalnych
- Kombinatoryka i prawdopodobieństwo
- Działania na wektorach i macierzach
- Przetwarzanie liczb zespolonych
- Wykresy krzywych
- Chaos, fraktale i paradoksy



### Działania matematyczne?

### Obliczenia naukowe? Wypróbuj to w Javie!

**Helion**

[helion.pl](http://helion.pl)

**HELION SA**  
ul. Kościuszki 1c  
44-100 Gliwice  
tel.: 32 230 98 63  
[helion@helion.pl](mailto:helion@helion.pl)

Sprawdź nasze szkolenia!



AKADEMIA IT & BUSINESS

[HELIONSZKOLENIA.PL](http://HELIONSZKOLENIA.PL)

**KOD KORZYŚCI**  
Sięgnij po więcej! ▶



ISBN 978-83-283-5057-1



9 788328 350571

INFORMATYKA W NAJLEPSZYM WYDANIU

Cena: 89,00 zł